

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОГЛАСОВАНО**

Заведующий кафедрой

Кафедра высшей и прикладной  
математики (ВПМ\_ИМФИ)

наименование кафедры

подпись, инициалы, фамилия

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

институт, реализующий ОП ВО

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой

Кафедра высшей и прикладной  
математики (ВПМ\_ИМФИ)

наименование кафедры

д-р физ.-мат.наук, мысливец С.Г.

подпись, инициалы, фамилия

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

институт, реализующий дисциплину

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА.  
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

Дисциплина Б1.Б.14 Линейная алгебра. Аналитическая геометрия

Направление подготовки /  
специальность 03.03.02 Физика, профиль 03.03.02.01  
Фундаментальная физика 2019г.

Направленность  
(профиль)

Форма обучения

очная

Год набора

2019

Красноярск 2021

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по укрупненной группе

030000 «ФИЗИКА И АСТРОНОМИЯ»

---

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

Направление 03.03.02 Физика, профиль 03.03.02.01 Фундаментальная физика 2019г.

---

Программу составили канд. физ.-мат. наук, доцент, Остыловский А.Н.

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Курс направлен на знакомство студентов с основными понятиями и методами линейной алгебры и аналитической геометрии. При изучении этого курса студенты получают знания о современной алгебре и аналитической геометрии, и её месте в математике, познакомятся с понятиями систем линейных уравнений, векторных пространств, матриц, линейных операторов, тензоров, а также научатся решать стандартные задачи линейной алгебры и аналитической геометрии и применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии в других математических и физических дисциплинах.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

- изучение основных понятий и методов линейной алгебры;
- формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- умение использовать алгебраический аппарат для решения теоретических и прикладных задач.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

<b>ОПК-2: способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей</b>	
Уровень 1	• основные понятия и методы аналитической геометрии, линейной алгебры;
Уровень 2	• математические модели простейших систем и процессов в естествознании;
Уровень 1	• применять методы матричной алгебры при решении прикладных задач;
Уровень 2	• применять математическую символику для выражения количественных и качественных отношений объектов;
Уровень 1	• навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач;
Уровень 2	• инструментарием для решения математических задач в своей предметной области.

1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина базируется на знаниях, навыках и умениях, полученных студентами при изучении школьной программы математики.

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями: знаниями основных понятий и теорем математики в объеме средней школы; навыками решения типовых задач математики в объеме средней школы.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

Механика

Общий физический практикум

Молекулярная физика

Химия

Электричество и магнетизм

1.5 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр	
		1	2
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>9 (324)</b>	<b>4,5 (162)</b>	<b>4,5 (162)</b>
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>5 (180)</b>	<b>2,5 (90)</b>	<b>2,5 (90)</b>
занятия лекционного типа	2 (72)	1 (36)	1 (36)
занятия семинарского типа			
в том числе: семинары			
практические занятия	3 (108)	1,5 (54)	1,5 (54)
практикумы			
лабораторные работы			
другие виды контактной работы			
в том числе: групповые консультации			
индивидуальные консультации			
иная внеаудиторная контактная работа:			
групповые занятия			
индивидуальные занятия			
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>2 (72)</b>	<b>1 (36)</b>	<b>1 (36)</b>
изучение теоретического курса (ТО)			
расчетно-графические задания, задачи (РГЗ)			
реферат, эссе (Р)			
курсовое проектирование (КП)	Нет	Нет	Нет
курсовая работа (КР)	Нет	Нет	Нет
<b>Промежуточная аттестация (Экзамен)</b>	<b>2 (72)</b>	<b>1 (36)</b>	<b>1 (36)</b>

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад. час)	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа, (акад. час)	Формируемые компетенции
			Семинары и/или Практические занятия (акад. час)	Лабораторные работы и/или Практикумы (акад. час)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Множества чисел, множество комплексных чисел, комбинаторика, бином Ньютона, полиномы в комплексной и действительной области.	10	12	0	0	
2	Матрицы и определители	8	12	0	0	
3	Арифметическое пространство векторов $R^n$ , линейная зависимость и независимость векторов.	8	14	0	0	
4	Системы линейных уравнений.	6	8	0	0	
5	Собственные числа и собственные векторы матрицы.	4	8	0	0	
6	Самостоятельная работа	0	0	0	36	

7	Линейные пространства; евклидовы пространства; линейные операторы; линейные, билинейные и квадратичные формы	16	20	0	0	
8	Аналитическая геометрия, кривые второго порядка, поверхности второго порядка.	16	26	0	0	
9	Элементы теории групп.	4	8	0	0	
10	Самостоятельная работа	0	0	0	36	
Всего		72	108	0	72	

### 3.2 Занятия лекционного типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в acad. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме

1	1	<p>Множества натуральных, целых, рациональных, иррациональных, действительных чисел; алгебраическая форма комплексных чисел, тригонометрическая форма комплексных чисел; формулы Муавра (извлечение корня n-ой степени из комплексного числа, возведение комплексного числа в n-ую степень); формула Эйлера (показательная форма комплексного числа); перестановки, размещения, сочетания, биномиальная теорема, треугольник Паскаля. Определение полинома (многочлена); операции над полиномами; теорема Безу; схема Горнера; решение простейших алгебраических уравнений; основная теорема алгебры и ее следствия; разложение полинома на линейные множители на множестве комплексных чисел.</p>	10	0	0
---	---	--	----	---	---



2	2	<p>Основные определения.  Матрицы, определители и их свойства. Алгоритм вычисления определителей.  Обратная матрица. Ранг матрицы. Векторы.  Определение арифметического пространства. Линейная независимость.  Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.  Методы решения.  Однородные системы.  Связь между решениями.</p>	8	0	0
---	---	--	---	---	---

3	3	<p>Определение арифметического <math>n</math>-мерного вектора, операции над векторами, свойства операций, определение арифметического <math>n</math>-мерного векторного пространства, линейная комбинация векторов, линейная оболочка векторов.</p> <p>Определение и свойства линейной зависимости, определение максимальной линейно независимой системы векторов, линейно зависимые и линейно независимые системы в <math>R^3</math>, определение коллинеарности и компланарности векторов, линейно зависимые и независимые системы в <math>R^n</math>, треугольные системы, теорема о ранге матрицы, необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя.</p>	8	0	0
---	---	---	---	---	---

4	4	<p>Определение системы <math>n</math> линейных уравнений с <math>m</math> неизвестными, совместные и несовместные системы, определенные и неопределенные системы, однородные системы уравнений, теорема Кронекера–Капелли, методы решения неоднородных систем линейных уравнений (метод Крамера, метод обратной матрицы, метод Гаусса), решение однородных систем линейных уравнений, общее решение, частные решения, фундаментальная система решений, связь между решениями однородной и неоднородной систем линейных уравнений.</p>	6	0	0
5	5	<p>Определение собственного вектора и собственного числа матрицы, характеристический многочлен матрицы, алгоритм нахождения собственных чисел и собственных векторов матрицы.</p>	4	0	0

6	7	<p>Определение линейного пространства, примеры линейных пространств, подпространства линейного пространства, базис и размерность линейного пространства, теорема о базисе, преобразование координат вектора при замене базиса, матрица перехода от старого базиса к новому, ранг и базис системы векторов. Определение скалярного произведения векторов, определение евклидова пространства, неравенство Коши–Буняковского, неравенство треугольника, ортогональные системы векторов, метод ортогонализации Грама–Шмидта, ортонормированные системы векторов. Определение линейного оператора, образ и ядро линейного оператора, матрица линейного оператора, сопряженные и самосопряженные линейные операторы, собственные числа и собственные векторы самосопряженного оператора, теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов для самосопряженного оператора. Определение линейной функции и формы, определение билинейной функции и формы, определение квадратичной формы, преобразования <sup>12</sup> квадратичных форм, матрица квадратичн</p>	16	0	0
---	---	--	----	---	---

7	8	<p>Векторы; линейные операции над векторами; декартова прямоугольная система координат; скалярное произведение векторов; векторное произведение; смешанное произведение векторов; необходимые и достаточные условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов; уравнения прямой на плоскости; расстояние от точки до прямой; уравнение плоскости; уравнение прямой в пространстве. Кривые второго порядка, инварианты кривых второго порядка, классификация по инвариантам и собственным числам. Поверхности второго порядка. Аффинные пространства, выпуклые множества в аффинном пространстве, координаты в аффинном пространстве, замена базиса в аффинной системе координат, уравнение прямой в аффинном пространстве.</p>	16	0	0
8	9	<p>Определение группы, примеры групп, представление групп.</p>	4	0	0
Всего			72	0	0

### 3.3 Занятия семинарского типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме

1	1	<p>Алгебраическая форма комплексных чисел.          Тригонометрическая форма комплексных чисел.          Формулы Муавра.          Формула Эйлера.          Показательная форма комплексного числа.          Перестановки, размещения, сочетания.          Операции над полиномами (равенство, сложение, умножение, деление с остатком). Разложение полиномов на линейные множители на множестве комплексных чисел.          Разложение на неприводимые множители (линейные и квадратичные, не имеющие действительных корней) на множестве действительных чисел.          Формулы Виета.</p>	12	0	0
2	2	<p>4. Матрицы и их свойства.          5. Определители и их свойства.          6. Обратная матрица. Ранг матрицы. Линейная независимость.          7. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса, метод Крамера, метод обратной матрицы.          Индивидуальное задание.</p>	12	0	0
3	3	<p>Операции над векторами (равенство, сумма, произведение вектора на число). Линейная комбинация векторов. Линейная оболочка векторов.          Определение максимальной линейно независимой системы векторов. Определение коллинеарности и компланарности векторов.          Теорема о ранге матрицы.</p>	14	0	0

4	4	Решение систем линейных уравнений: метод Крамера, метод обратной матрицы, метод Гаусса. Выдача индивидуального задания. Контрольная работа.	8	0	0
5	5	Нахождение собственных чисел и собственных векторов матриц.	8	0	0

6	7	<p>Примеры линейных пространств. Примеры подпространств. Базис и размерность линейного пространства.</p> <p>Преобразование координат вектора при замене базиса. Матрица перехода от старого базиса к новому. Ранг и базис системы векторов.</p> <p>Скалярное произведение векторов. Неравенство Коши–Буняковского. Неравенство треугольника. Ортогональные системы векторов. Переход от линейно независимой системы векторов к ортогональной системе векторов (метод ортогонализации Грама–Шмидта).</p> <p>Ортонормированные системы векторов. Линейные операторы. Образ и ядро линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.</p> <p>Сопряженные и самосопряженные линейные операторы. Собственные числа и собственные векторы самосопряженного оператора.</p> <p>Преобразования квадратичной формы, матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.</p>	20	0	0
---	---	--	----	---	---



7	8	Векторы. Линейные операции над векторами. Декартова прямоугольная система координат. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Инварианты кривых второго порядка. Классификация кривых второго порядка по инвариантам и собственным числам. Поверхности второго порядка. Уравнение прямой в аффинном пространстве. Выпуклые множества в аффинном пространстве. Контрольная работа.	26	0	0
8	9	Элементы теории групп	8	0	0
Всего			109	0	0

### 3.4 Лабораторные занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
Всего					

## 5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## 6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Виленкин И. В., Гробер В. М.	Высшая математика. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное и интегральное исчисление: учеб. пособие	Ростов-на-Дону: Феникс, 2011
Л1.2	Шевцов Г.С.	Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: учебное пособие.; рекомендовано Научно-методическим советом по математике и механике	М.: ИНФРА-М, 2014
6.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Соловьев И. А., Шевелев В. В., Червяков А. В., Репин А. Ю.	Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения: учебное пособие для вузов по направлениям	Москва: Лань, 2009
Л2.2	Соловьев И.А.	Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ. Производная и ее приложения: рек. Научно- метод. советом по мат-ке Мин. образ. и науки РФ в кач-ве учеб. пособия для студ. вузов	СПб. [и др.]: Лань, 2009
Л2.3	Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А., Бутузова В.Ф.	Линейная алгебра в вопросах и задачах: рек. Мин. образ. и науки РФ в кач-ве учеб. пособия для студ. вузов	СПб. [и др.]: Лань, 2008
6.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Булдырев В. С., Павлов Б. С.	Линейная алгебра и функции многих переменных: учебное пособие для физических специальностей университетов	Ленинград: Ленинградский университет [ЛГУ], 1985
Л3.2	Санников В.Ф.	Векторная и линейная алгебра. Аналитическая геометрия: метод. указания. к практ. занятиям и контрольным работам 1-2 по высш. мат. для студ. 1-го курса.	Красноярск: КрасГАСА, 2002

**7 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Э1	"Электронные образовательные	<a href="http://eor-np.ru/">http://eor-np.ru/</a>
----	------------------------------	---

ресурсы"	
----------	--

## **8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Экзамен выставляется по текущей работе в семестре и итоговой работе в конце семестра. В итоговой оценке 60% дает текущая работа в семестре и 40% итоговая работа за семестр. Положительная оценка ставится с 50% от общей суммы баллов.

В течение семестра проводятся две контрольные работы (50%) в аудитории и три домашних индивидуальных задания (30%). На каждом практическом занятии студенту выдается домашнее задание (20%).

В процессе преподавания дисциплины «Линейная алгебра» используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя.

Методические указания для обучающихся при работе над конспектом лекций во время проведения лекции

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера. В процессе лекций рекомендуется вести конспект, что позволит впоследствии вспомнить изученный учебный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену.

Следует также обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Любая лекция должна иметь логическое завершение, роль которого выполняет заключение. Выводы по лекции подытоживают размышления преподавателя по учебным вопросам. Формулируются они кратко и лаконично, их целесообразно записывать. В конце лекции обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по теме лекции.

Методические указания для обучающихся по выполнению практикумов по решению задач.

Практикум по решению задач – выполнение обучающимися

набора практических задач предметной области с целью выработки навыков их решения.

Практикумы по решению задач выполняются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

Прежде чем приступать к решению задач, обучающемуся необходимо:

- ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса;

- получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы;

- получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развёрнутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты.

При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по трудностям, возникшим при решении задач.

В ходе выполнения практикума необходимо следовать технологическим инструкциям, использовать материал лекций, рекомендованных учебников, источников интернета, активно использовать помощь преподавателя на занятии.

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное изучение отдельных тем/вопросов учебной дисциплины.

Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по дисциплине определяется учебным планом.

При самостоятельной работе обучающиеся взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Работа с литературой (конспектирование)

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Учебно-методические материалы доступны в системе электронного обучения СФУ: режим доступа: <https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=85>.

Доступ к учебной литературе организован на основе использования электронно-библиотечных систем:

1. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 168 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-005479-7. <http://znanium.com/catalog/product/455245>

2. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-004533-7, 500 экз. <http://znanium.com/catalog/query/?text=%D0%9B%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0>

3. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - 3-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 592 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010586-4 <http://znanium.com/catalog/query/?text=%D0%9B%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации в зависимости от нозологии:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа

## **9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **9.1 Перечень необходимого программного обеспечения**

9.1.1	Методика проведения занятий допускает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением, предлагается применение вычислительной техники и стандартных пакетов прикладных программ (Maple, MathCad, MathLab и др.).
-------	--

## 9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

9.2.1	1. <a href="http://algebra-rings.ucoz.ru/index/0-17#str22">http://algebra-rings.ucoz.ru/index/0-17#str22</a>
9.2.2	2. <a href="http://virlib.eunnet.net/books/numbers/text/23.html">http://virlib.eunnet.net/books/numbers/text/23.html</a>
9.2.3	3. <a href="http://www.cryptography.ru">www.cryptography.ru</a>

## 10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Методика проведения занятий допускает как использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), так и классические аудиторские занятия, обеспечиваемые стандартными материально-техническими средствами.

1. Лекционные аудитории должны быть оборудованы современным видеопроеционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном, и иметь выход в Интернет, а также иметь интерактивную доску или доску для письма маркерами.

2. Помещения для проведения семинарских занятий должны иметь мультимедийное оборудование, а также иметь интерактивную доску или доску для письма маркерами, учебную мебель.

3. Библиотека должна иметь рабочие места для студентов, оснащенные компьютерами с доступом к базам данных, локальную сеть университета и Интернет.

4. Наглядные пособия:

- а) демонстрационные пособия (таблицы, схемы, графики, диаграммы, видеофрагменты);
- б) пособия на основе раздаточного материала (карточки с заданиями и задачами, ксерокопии фрагментов первоисточников);
- в) электронные презентации.